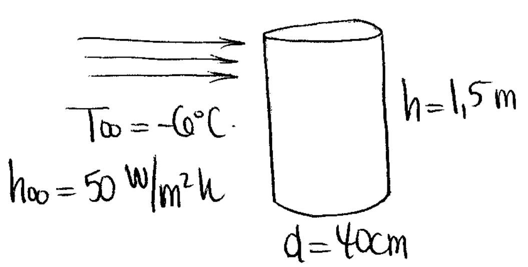
PROBLEMA. PEDAZO DE CARNE EN ESTADO TRANSITORIO.

UN GRAN PEDAZO DE CARNE ($k = 0{,}47\ W/mK$ y $\alpha = 0{,}13 \times 10^{-6}\ m^2/s$) INICIALMENTE A UNA TEMPERATURA UNIFORME DE 37°C, SE VA A ENFRIAR POR MEDIO DE AIRE REFRIGERADO A −6°C QUE PROPORCIONA UN COEFICIENTE DE CONVECCIÓN DE $50\ W/m^2K$. VISUALIZANDO LA CARNE COMO UN CILINDRO DE 40 cm DE DIÁMETRO Y 1,5 m DE ALTURA, DETERMINE CUÁNTO TIEMPO TRANSCURRIRÁ PARA QUE SU CENTRO LLEGUE A 5°C.



$k = 0{,}47\ W/mK$

$\alpha = 0{,}13 \times 10^{-6}\ m^2/s$

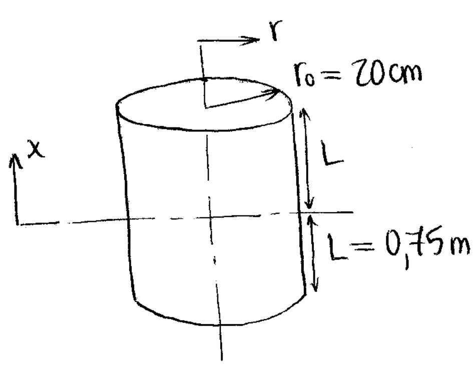
$T_i = 37°C$.

CALCULAR TIEMPO PARA $T(0,0) = 5°C$.

PARA NÚMERO DE BIOT $Bi = \dfrac{h L_c}{k} < 0{,}1$ ES VÁLIDO EL MÉTODO DE LA RESISTENCIA INTERNA DESPRECIABLE.

$$Bi = \frac{50\ W/m^2K \cdot 0{,}4m/4}{0{,}47\ W/mK} = 42{,}6 > 0{,}1 \qquad \text{DONDE } L_c = \frac{V}{A}\ ;\ L_{c_{\text{CILINDRO}}} = d/4.$$

LA SOLUCIÓN ANALÍTICA VIENE DADA POR LA INTERSECCIÓN ENTRE UN CILINDRO INFINITO Y DOS PLACAS PLANAS.



$$\frac{T(r,x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = P(x,t) \cdot C(r,t)$$

$$P(x,t) \cdot C(r,t) = \left.\frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right|_{\substack{\text{PLACA}\\ \text{PLANA}}} \cdot \left.\frac{T(r,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right|_{\substack{\text{CILINDRO}\\ \text{INFINITO}}}$$

COORDENADAS DEL CENTRO $(x,r) = (0,0)$.

ESTE MÉTODO ANALÍTICO ES VÁLIDO SOLAMENTE PARA UN CILINDRO CON PROPIEDADES HOMOGÉNEAS Y LAS MISMAS CONDICIONES DE BORDE T_∞, h_∞ A AMBOS LADOS DE LAS PLACAS (PARTE SUPERIOR E INFERIOR DEL CILINDRO).

SOLUCIÓN PARA PARED PLANA.

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{50\,W/m^2K \cdot 0{,}75\,m}{0{,}47\,W/mK} = 79{,}8$$

$L_c = L = 0{,}75\,m.$

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{0{,}13 \times 10^{-6}\,m^2/s \cdot t}{(0{,}75\,m)^2} = 2{,}31 \times 10^{-7} t\ s^{-1}.$$

POR SIMPLICIDAD, LA SOLUCIÓN ANALÍTICA SE APROXIMA CON EL PRIMER TÉRMINO DE LA SERIE.

$$\theta_0^* = \frac{\theta_0}{\theta_i} = C_1 e^{-\xi_1^2 Fo}$$

DE LA TABLA 5,1. PÁG 227. INCROPERA CON $Bi = 79{,}8$ SE LEE $C_1 = 1{,}2729$; $\xi_1 = 1{,}5491$.

$$\theta_0^* = \left.\frac{\theta_0}{\theta_i}\right|_{\text{PARED PLANA}} = \left.\frac{T(0,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right|_{\text{PARED PLANA}} = 1{,}2729\, e^{(-(1{,}5491)^2\, 2{,}31 \times 10^{-7} t)} = 1{,}2729\, e^{-5{,}5433 \times 10^{-7} t}$$

SOLUCIÓN PARA CILINDRO INFINITO

$$Bi = \frac{h r_0}{k} = \frac{50\,W/m^2K \cdot 0{,}20\,m}{0{,}47\,W/mK} = 21{,}28$$

$L_c = r_0 = 20\,cm.$

$$Fo = \frac{\alpha t}{r_0^2} = \frac{0{,}13 \times 10^{-6}\,m^2/s \cdot t}{(0{,}20\,m)^2} = 3{,}25 \times 10^{-6} t\ s^{-1}$$

$$\theta_0^* = \frac{\theta_0}{\theta_i} = C_1 e^{-\xi_1^2 Fo}$$

DE LA TABLA 5,1. CON $Bi = 21{,}28$ SE LEE $C_1 = 1{,}5926$; $\xi_1 = 2{,}2930$.

$$\theta_0^* = \left.\frac{\theta_0}{\theta_i}\right|_{\text{CILINDRO INFINITO}} = \left.\frac{T(0,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right|_{\text{CILINDRO INFINITO}} = 1{,}5926\, e^{(-(2{,}2930)^2 \cdot 3{,}25 \times 10^{-6} t)} = 1{,}5926\, e^{-1{,}7088 \times 10^{-5} t\ s^{-1}}$$

SE INTERSECTAN LAS SOLUCIONES

$$\frac{T(r,x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \left.\frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right|_{\text{PARED PLANA}} \times \left.\frac{T(r,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right|_{\text{CILINDRO INFINITO}}.$$

SUSTITUYENDO $\frac{\theta_0}{\theta_i} = C_1 e^{-\xi_1^2 Fo}$.

$$\frac{T(0,0,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{5°C - (-6°C)}{37°C - (-6°C)} = 1{,}2729\, e^{-5{,}5433 \times 10^{-7} t} \cdot 1{,}5926\, e^{-1{,}7088 \times 10^{-5} t}.$$

$$11/43 = 2{,}0272\, e^{-1{,}7642 \times 10^{-5} t}$$

$$\ln(0{,}12619) = -1{,}7642 \times 10^{-5} t$$

$$\boxed{t = 117331{,}4\,\text{s} = 32{,}6\ \text{h}}$$